



Импульс, закон сохранения импульса

“Практикум по решению теоретических и экспериментальных задач по физике”

Кустова Евгения Владимировна

ассистент кафедры общей и экспериментальной физики АлтГУ
эксперт по проверке ГИА Алтайского края по физике



Физика

1. Механика (Кинематика, Статика, Динамика, Законы сохранения)
2. Молекулярная физика (Термодинамика, МКТ)
3. Электричество (Электродинамика, Электростатика, Поля)
4. Ядерная и квантовая физика



Законы сохранения

Решение механических задач часто облегчается применением законов изменения и сохранения импульса и энергии тела или системы тел. Особенно эффективным является применение этих законов в случаях, когда действующие на тела силы или ускорения тел переменны во времени и непосредственное решение уравнений динамики с помощью методов «школьной» математики затруднительно (или вовсе невозможно).



Импульс тела

Импульсом тела (материальной точки) массы m , движущегося со скоростью \mathbf{v} называется векторная физическая величина \mathbf{p} , равная произведению массы тела на его скорость:

$$\vec{p} = m\vec{V}$$

$$[P] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$



Импульс тела

Приращение импульса тела за малый промежуток времени равно импульсу силы действующей на тело:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{m\vec{v} - m\vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$



Импульс тела

Если на тело действуют несколько сил, то под \mathbf{F} надо понимать их равнодействующую. Если сила \mathbf{F} постоянна (не изменяется во времени), то по указанной формуле можно определить приращение импульса тела за любой, уже необязательно малый, промежуток времени.



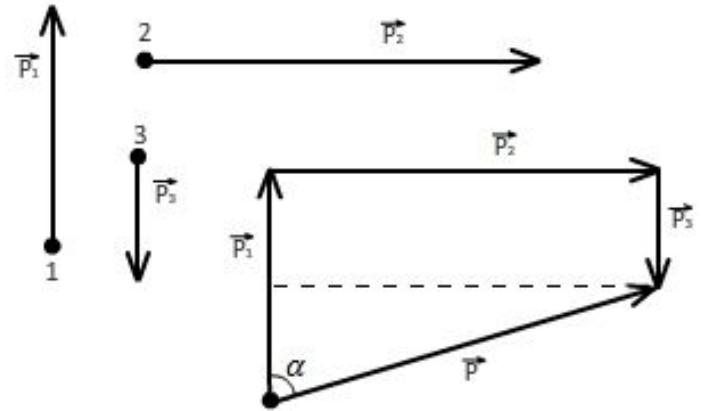
Импульс системы

Импульсом \mathbf{P} системы тел называется векторная сумма импульсов отдельных тел, составляющих эту систему:

$$\vec{P} = \sum_{k=1}^n m_k \vec{v}_k$$

Импульс системы

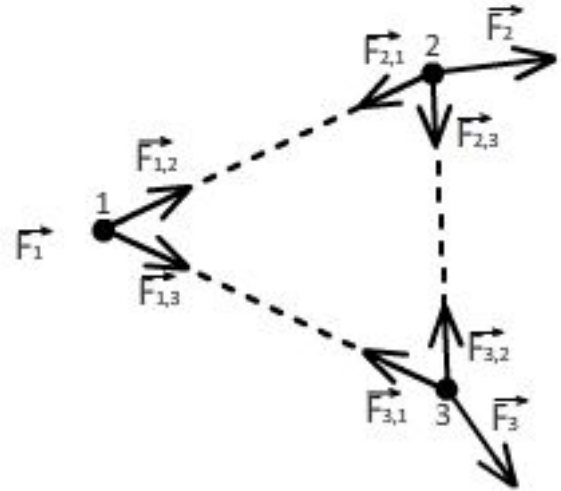
Пусть система состоит из трёх тел с импульсами \mathbf{P}_1 , \mathbf{P}_2 , \mathbf{P}_3 . Тогда импульс \mathbf{P} такой системы равен $\mathbf{P}=\mathbf{P}_1+\mathbf{P}_2+\mathbf{P}_3$ и направлен под углом α к направлению импульса первого тела, причём $\operatorname{tg} \alpha = \frac{P_1 - P_3}{P_2}$



Импульс системы

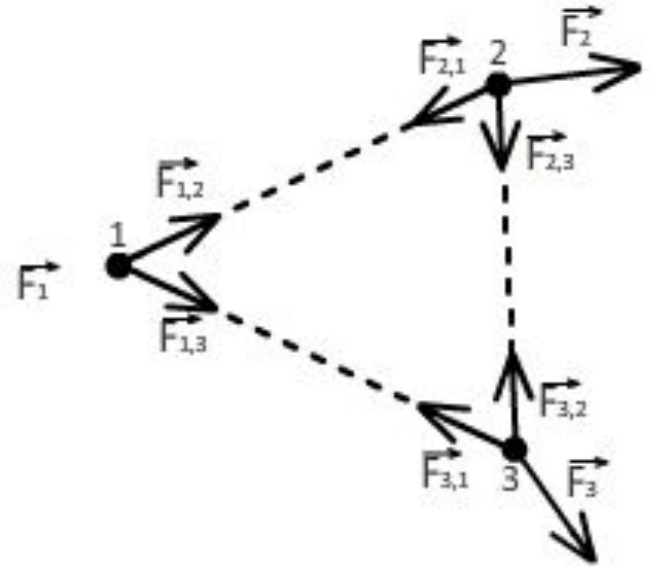
F_1, F_2, F_3 - внешние силы, действующие соответственно на первое, второе и третье тела системы со стороны внешних тел (тел, не входящих в рассматриваемую систему)

Пусть далее $F_{1,2}$ - сила, действующая на первое тело со стороны второго и тд.

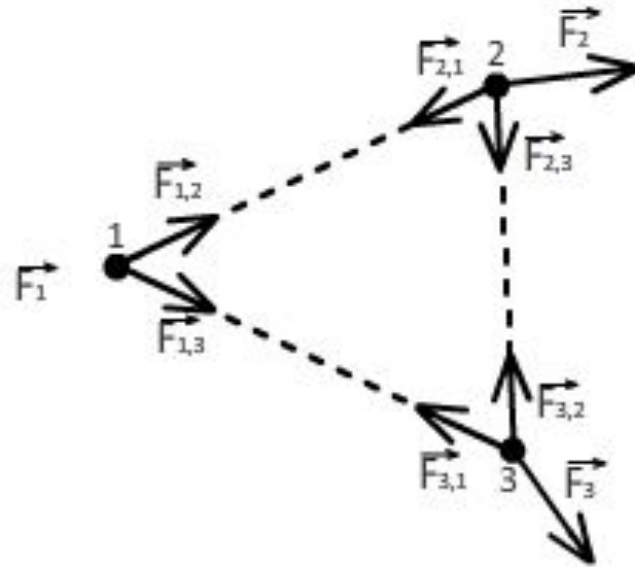


Импульс системы

$$\begin{cases} (\vec{F}_1 + \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{1,3}) \cdot \Delta t = \vec{p}_{1\text{к}} - \vec{p}_{1\text{н}} \\ (\vec{F}_2 + \vec{F}_{2,1} + \vec{F}_{2,3}) \cdot \Delta t = \vec{p}_{2\text{к}} - \vec{p}_{2\text{н}} \\ (\vec{F}_3 + \vec{F}_{3,1} + \vec{F}_{3,2}) \cdot \Delta t = \vec{p}_{3\text{к}} - \vec{p}_{3\text{н}} \end{cases}$$



Импульс системы



$$\begin{aligned} & (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{2,1} + \vec{F}_{3,1} + \vec{F}_{1,3} + \vec{F}_{2,3} + \vec{F}_{3,2}) \Delta t = \\ & = (\vec{p}_{1к} + \vec{p}_{2к} + \vec{p}_{3к}) - (\vec{p}_{1н} + \vec{p}_{2н} + \vec{p}_{3н}) \end{aligned}$$

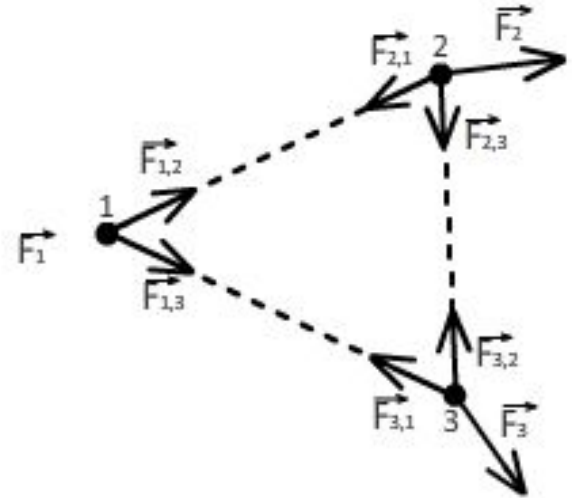
Импульс системы

По третьему закону Ньютона для сил взаимодействия тел системы имеем:

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \quad \vec{F}_{3,1} = -\vec{F}_{1,3} \quad \vec{F}_{2,3} = -\vec{F}_{3,2}$$

И следовательно

$$\vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{2,1} = \vec{F}_{3,1} + \vec{F}_{1,3} = \vec{F}_{2,3} + \vec{F}_{3,2} = 0$$



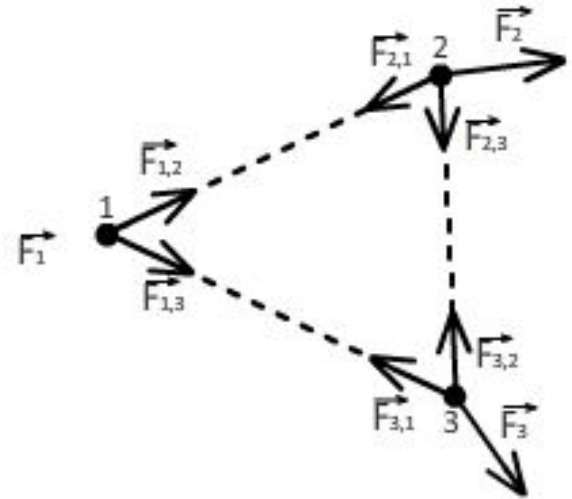
Импульс системы

Получим $\vec{F} \cdot \Delta t = \vec{p}_к - \vec{p}_н$

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ сумма внешних сил, действующих на систему

$\vec{p}_к = \vec{p}_{1к} + \vec{p}_{2к} + \vec{p}_{3к}$ конечный импульс системы тел

$\vec{p}_н = \vec{p}_{1н} + \vec{p}_{2н} + \vec{p}_{3н}$ начальный импульс системы тел (по определению).





Импульс системы

Таким образом, **приращение импульса системы тел равно импульсу суммы всех внешних сил, действующих на систему.**

Мы видим, что изменение импульса системы тел обусловлено действием только внешних сил (т.е. сил, действующих со стороны тел, не входящих в систему), а **внутренние силы, какой бы природы они ни были, импульс системы изменить не могут.**

Кроме того, приращение импульса системы тел сонаправлено с вектором суммарной внешней силы.



Закон сохранения импульса

Импульс тела сохраняется, если импульс равнодействующей всех сил, действующих на это тело, равен нулю. Это возможно в случаях, когда:

1. На тело не действуют силы вообще;
2. Равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна нулю;
3. Промежуток времени, в течение которого мы наблюдаем за состоянием тела, очень мал, а равнодействующая всех сил, действующих на тело, ограничена по модулю (не бесконечно большая).



Закон сохранения импульса

В первом пункте сформулированного закона речь идёт о так называемом свободном теле, которое будет покоиться или двигаться по инерции до тех пор, пока воздействия со стороны других тел не выведут его из этого состояния (вспомните 1-й закон Ньютона). Второй пункт представляется очевидным, а ограничение модуля равнодействующей в третьем пункте необходимо для того, чтобы исключить случаи возникновения математической неопределённости произведения бесконечно больших и бесконечно малых величин.



Закон сохранения импульса

Снаряд, летящий в воздухе, разрывается на несколько осколков.
Сохраняется ли при взрыве импульс снаряда?



Закон сохранения импульса

Да, сохраняется. Действительно, на снаряд действуют сила тяжести со стороны Земли и сила сопротивления воздуха. Модули обеих сил имеют конкретные значения, зависящие от массы снаряда (для силы тяжести) и от скорости снаряда относительно воздуха (для силы сопротивления). Эти значения ограничены по величине. Следовательно, и равнодействующая этих сил ограничена по модулю. В свою очередь время взрыва мало (взрыв происходит «мгновенно»). Таким образом импульс снаряда при взрыве сохраняется.

Закон сохранения импульса системы тел

Импульс системы тел сохраняется при любых взаимодействиях тел системы, если импульс суммы всех внешних сил, действующих на систему, равен нулю. Это возможно в случаях, когда:

1. внешние силы на систему не действуют (т.е. тела системы взаимодействуют только между собой);
2. внешние силы на систему действуют, но их сумма равна нулю (силы взаимно уравновешиваются);
3. промежуток времени, в течение которого мы наблюдаем за состоянием системы, очень мал, а суммарная внешняя сила ограничена по модулю (не бесконечно большая).



Центростремительное ускорение

Здесь в первом пункте речь идёт о системах, не взаимодействующих с внешними телами. Такие системы называются замкнутыми или изолированными. Конечно, это идеализация. В реальности у тел системы всегда будет присутствовать взаимодействие с другими телами, не входящими в систему. Однако если это взаимодействие не оказывает сколь-нибудь заметного влияния на состояние системы, то такую систему тел в большинстве случаев можно считать замкнутой.

Второй пункт представляется очевидным, а в третьем пункте, как и ранее, ограничение на модуль суммы внешних сил наложено с целью избежать неопределённости типа



Задача

Найти импульс грузового автомобиля массой 10 т, движущегося со скоростью 36 км/ч, и легкового автомобиля массой 1 т, движущегося со скоростью 25 м/с



Задача

Дано:

$$m_1 = 10 \text{ т} = 10^4 \text{ кг};$$

$$v_1 = 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с};$$

$$m_2 = 1 \text{ т} = 10^3 \text{ кг};$$

$$v_2 = 25 \text{ м/с}$$

$$p_1 = m_1 v_1 = 10^4 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с} = 10^5 \text{ кг} \cdot \text{м/с};$$

$$p_2 = m_2 v_2 = 10^3 \text{ кг} \cdot 25 \text{ м/с} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$



Задача

Материальная точка массой 1 кг равномерно движется по окружности со скоростью 10 м/с. Найти изменение импульса за одну четверть периода; половину периода; период.

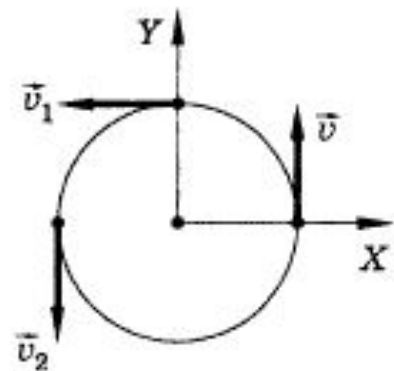
Задача

$$\Delta \vec{p}_1 = m\vec{v}_1 - m\vec{v}.$$

Так как $|\vec{v}_1| = |\vec{v}| = v$, то

$$\begin{cases} (\Delta p_1)_x = -mv - 0 = -mv = -10 \text{ кг} \cdot \text{м/с}, \\ (\Delta p_1)_y = 0 - mv = -mv = -10 \text{ кг} \cdot \text{м/с}, \end{cases}$$

$$|\Delta \vec{p}_1| = \sqrt{(\Delta p)_x^2 + (\Delta p)_y^2} = \sqrt{2} mv = 14 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$



Задача

Изменение импульса за полпериода аналогично равно

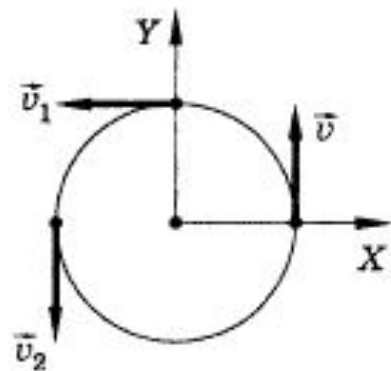
$$\Delta \vec{p}_2 = m\vec{v}_2 - m\vec{v}.$$

Учитывая, что $|\vec{v}| = v$, находим

$$\begin{cases} (\Delta p_2)_x = 0 - 0 = 0, \\ (\Delta p_2)_y = -mv - mv = -2mv = 20 \text{ кг} \cdot \text{м/с}; \end{cases}$$

$$|\Delta \vec{p}_2| = \sqrt{(\Delta p_2)_x^2 + (\Delta p_2)_y^2} = 2mv = 20 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Поскольку импульс тела через период совпадает с его исходным значением, то изменение импульса за период вращения равно нулю.





Задача

На вагонетку массой 50 кг, катящуюся по горизонтальному пути со скоростью 0,2 м/с, насыпали сверху 200 кг щебня. На сколько при этом уменьшилась скорость вагонетки

Задача

Дано:

$$m = 50 \text{ кг}$$

$$v = 0,2 \text{ м/с}$$

$$M = 200 \text{ кг}$$

Найти: v' - ?

Решение.

$$mv = (m + M)v' \Leftrightarrow$$

$$v' = \frac{m}{m + M}v = 0,04 \text{ м/с.}$$

Ответ: $V = 0,04 \text{ м/с.}$